



# Formelsammlung „Technische Thermodynamik I/II“

## Bilanz- und Grundgleichungen

- Massenbilanz

$$\frac{dm}{d\tau} = \dot{m}_{\text{ein}} - \dot{m}_{\text{aus}} \quad \text{mit} \quad \dot{m} = \rho A c$$

- 1. Hauptsatz der Thermodynamik

$$\frac{dE}{d\tau} = \dot{Q}_{12} + \dot{W}_{t,12} + \dot{m}_1 \left( h_1 + \frac{1}{2}c_1^2 + gz_1 \right) - \dot{m}_2 \left( h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 \right)$$

- 1. Hauptsatz für ein **geschlossenes** System (kin. & pot. Energien vernachlässigt)

$$U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12} \quad \text{mit} \quad \frac{W_{12}}{m} = w_{12} = - \underbrace{\int_1^2 p \, dv}_{w^{\text{rev}}} + \underbrace{\varphi_{12}}_{w^{\text{diss}}}$$

- 1. Hauptsatz für ein **stationär durchströmtes** System ( $\dot{W}_{t,12} = P_{t,12}$ )

$$\dot{Q}_{12} + P_{t,12} = \dot{H}_2 - \dot{H}_1 + \dot{m} \left( \left[ \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 \right] - \left[ \frac{1}{2}c_1^2 + gz_1 \right] \right)$$

$$\text{mit} \quad \frac{P_{t,12}}{\dot{m}} = w_{t,12} = \underbrace{\int_1^2 v \, dp + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)}_{w_t^{\text{rev}}} + \underbrace{\varphi_{12}}_{w^{\text{diss}}}$$

- 2. Hauptsatz der Thermodynamik

$$\frac{dS}{d\tau} = \dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2 + \frac{\dot{Q}_{12}}{T_{m,12}} + \dot{\sigma}_{12}$$

- 2. Hauptsatz für ein **geschlossenes** System

$$ds = \frac{\delta q}{T} + \delta \sigma^{\text{spez}}$$

- 2. Hauptsatz für ein **stationär durchströmtes** System

$$\dot{m}(s_2 - s_1) = \frac{\dot{Q}_{12}}{T_{m,12}} + \dot{\sigma}_{12}$$

- Gibbs-Gleichung

$$\left. \begin{aligned} dU &= T \, dS - p \, dV \\ dH &= T \, dS + V \, dp \end{aligned} \right\} \text{mit } H = U + pV$$





## Stoffmodelle

- ideales Gas

$$\begin{aligned}
 p v &= R T & R &= c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} \\
 d u &= c_v^{\text{ig}} d T & d h &= c_p^{\text{ig}} d T \\
 d s &= \frac{c_v^{\text{ig}}}{T} d T + \frac{R}{v} d v & \iff & d s = \frac{c_p^{\text{ig}}}{T} d T - \frac{R}{p} d p \\
 R_i &= \frac{R}{M_i} & R &= 8,314 \text{ J/mol K}
 \end{aligned}$$

- Virialgleichung (in molaren Größen)

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{p v}{R T} = 1 + B' p + C' p^2 + \dots & \text{mit} & B' = \frac{B}{R T} \\
 \text{bzw.} & Z = \frac{p v}{R T} = 1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \dots
 \end{aligned}$$

- Van-der-Waals-Gleichung

$$p = \frac{R T}{v - b} - \frac{a}{v^2} \quad \text{mit} \quad b = \frac{R T_c}{8 p_c}; \quad a = \frac{27 (R T_c)^2}{64 p_c}$$

- ideale Flüssigkeit

$$\begin{aligned}
 v^{\text{if}} &= \text{konst.} & \iff & c_p^{\text{if}} = c_v^{\text{if}} = c^{\text{if}} \\
 d u &= c^{\text{if}} d T & d h &= c^{\text{if}} d T + v d p & d s &= \frac{c^{\text{if}}}{T} d T
 \end{aligned}$$

- spez. Zustandsgrößen  $z$  eines realen Fluids

$$z = x' z' + x'' z'' \quad \text{mit} \quad x' = \frac{m'}{m' + m''} \quad \text{und} \quad x'' = \frac{m''}{m' + m''}$$

- Polytrope Zustandsänderung

- Allgemein gilt:  $p v^n = \text{konst.}$

$$\begin{aligned}
 \xrightarrow{n \neq 1} & \int_{v_1}^{v_2} p d v = \frac{p_1 v_1}{n - 1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] \\
 \text{und} & \int_{p_1}^{p_2} v d p = \frac{n}{n - 1} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]
 \end{aligned}$$

- Für ideales Gas gilt:  $p^{1-n} T^n = \text{konst.}$  bzw.  $T v^{n-1} = \text{konst.}$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1}$$

- Für isentrope Zustandsänderungen idealer Gase gilt

$$\rightarrow n = \kappa \quad \text{mit} \quad \kappa = \frac{c_p^{\text{ig}}}{c_v^{\text{ig}}}$$



## Wirkungsgrade

- Thermischer Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{th}} = \frac{|W_{\text{Nutz/Kreis}}|}{Q_{\text{zu}}}$$

- Isentroper Verdichterwirkungsgrad

$$\eta_{\text{SV}} = \frac{w_{t,12s}^{\text{rev}}}{w_{t,12}}$$

- Exergetischer Wirkungsgrad

$$\zeta = 1 - \frac{\Delta \dot{E}v}{\dot{E}x_{\text{zu}}}$$

- Carnot-Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{C}} = 1 - \frac{T_{\text{ab}}}{T_{\text{zu}}}$$

- Isentroper Turbinenwirkungsgrad

$$\eta_{\text{ST}} = \frac{w_{t,12}}{w_{t,12s}^{\text{rev}}}$$

- Leistungsziffer

$$\varepsilon = \frac{|Q_{\text{Nutz}}|}{W_{\text{Kreis}}}$$

## Exergie

- Exergie eines Wärmestroms

$$\dot{E}x_Q = \left(1 - \frac{T_u}{T_m}\right) |\dot{Q}| \quad \text{mit} \quad T_{m,12} = \frac{\int_1^2 T ds}{\int_1^2 ds}$$

- Exergieverlust

$$\Delta \dot{E}v = T_u \dot{\sigma} = \dot{E}x_{\text{zu}} - \dot{E}x_{\text{ab}}$$

- Exergie eines Massenstroms

$$\dot{E}x_m = \dot{m} \left[ (h - h_u) - T_u (s - s_u) + g z + \frac{1}{2} c^2 \right]$$

## Gemische

- Allgemein gilt

$$w_i = \frac{m_i}{m} \quad x_i = \frac{n_i}{n}$$

Umrechnung: Stoffmengenanteil  $\iff$  Massenanteil

$$w_i = \frac{x_i M_i}{\bar{M}} \quad \text{mit} \quad \bar{M} = \sum_i x_i M_i = \left( \sum_i \frac{w_i}{M_i} \right)^{-1}$$

- Für Mischungen idealer Gase gilt

$$x_i = \frac{n_i}{n} = \frac{p_i}{p}$$

$$S^{\text{ig}}(T, p, \mathbf{n}) = \sum_i \left( n_i s_i^{\text{ig, rein}}(T, p) \right) - R \sum_i (n_i \ln x_i)$$

- Für Mischungen idealer Flüssigkeiten gilt

$$S^{\text{if}}(T, \mathbf{n}) = \sum_i \left( n_i s_i^{\text{if, rein}}(T) \right) - R \sum_i (n_i \ln x_i)$$



## Feuchte Luft

Feuchte Luft: Ideales Gas-/Dampf-Gemisch

( Referenzzustand: Tripel-Punkt von Wasser  
Notation: Index  $1+X$  ... 1 kg trockene Luft (L) +  $X$  kg Wasser (W) )

- Allgemein gilt

$$\text{Wasserbeladung } X = \frac{m_W}{m_L}$$

$$\text{relative Feuchte } \varphi = \frac{p_W}{p_W^{\text{sat}}(t)} \quad (0 \leq \varphi \leq 1)$$

- Für ungesättigte bzw. gerade gesättigte feuchte Luft ( $X \leq X^{\text{sat}}(t)$ ) gilt

$$X = \frac{M_W}{M_L} \frac{p_W^{\text{sat}}(t)}{\frac{p}{\varphi} - p_W^{\text{sat}}(t)}$$

$$v_{1+X} = \left( \frac{1}{M_L} + X \frac{1}{M_W} \right) \frac{RT}{p}$$

$$h_{1+X} = c_{p,L}^g t + X (\Delta^{\text{lg}}h + c_{p,W}^g t)$$

- Für gesättigte feuchte Luft und flüssiges Wasser ( $X > X^{\text{sat}}(t)$ ) gilt

$$h_{1+X} = c_{p,L}^g t + X^{\text{sat}} (\Delta^{\text{lg}}h + c_{p,W}^g t) + (X - X^{\text{sat}}) c_W^l t$$

- Für gesättigte feuchte Luft + Eis ( $X > X^{\text{sat}}(t)$ ) gilt

$$h_{1+X} = c_{p,L}^g t + X^{\text{sat}} (\Delta^{\text{lg}}h + c_{p,W}^g t) + (X - X^{\text{sat}}) (c_W^s t - \Delta^{\text{sl}}h)$$

Sofern nicht anders angegeben sind für feuchte Luft folgende Stoffdaten zu verwenden:

$$c_{p,L}^g = 1 \text{ kJ/kg K}$$

$$c_W^l = 4,18 \text{ kJ/kg K}$$

$$\Delta^{\text{lg}}h(t_{\text{Tr}}) = r_0 = 2500 \text{ kJ/kg}$$

$$M_L = 28,963 \text{ g/mol}$$

$$c_{p,W}^g = 1,86 \text{ kJ/kg K}$$

$$c_W^s = 2,05 \text{ kJ/kg K}$$

$$\Delta^{\text{sl}}h(t_{\text{Tr}}) = 333 \text{ kJ/kg}$$

$$M_W = 18,015 \text{ g/mol}$$